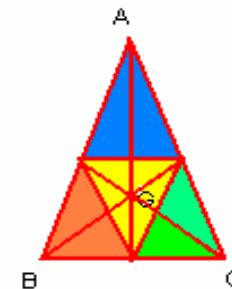




Linia mijlocie în triunghi

Lecție proiectată de prof. Rodica Firulescu



[Introducere](#) | [Activități](#) | [Evaluare](#) | [Concluzii](#)



Introducere

Această lecție este inclusă în planificare după parcurgerea capitolului „Patrulatere” la clasa a VII-a fiind o lecție de predare-învățare.

Scopul lecției: Dezvoltarea interesului pentru studiul geometriei și aplicarea acesteia în contexte variate.

Obiective de referință:

- * să recunoască și să utilizeze proprietățile figurilor geometrice în probleme de demonstrație;
- * să prezinte într-o manieră clară și concisă, oral sau scris, succesiunea operațiilor de rezolvare a unei probleme;
- * să prezinte în mod corect soluția unei probleme diverse modalități de exprimare.

Obiective operaționale: La sfârșitul lecției elevii vor fi capabili să:

- * să definească linia mijlocie în triunghi;
- * să enunțe teorema asupra liniei mijlocii;
- * să demonstreze teorema;
- * să aplice proprietățile liniei mijlocii în rezolvarea de probleme;
- * să exprime opinii în legătură cu folosirea aplicațiilor virtuale în predarea-învățarea geometriei.

Elevii vor opera cu următoarele concepte geometrice:

- ▲ Linia mijlocie în triunghi este segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale triunghiului.
- ▲ Teoremă: Linia mijlocie este paralelă cu latura a treia și are ca lungime jumătate din lungimea acesteia.

- ▲ Triunghiul median este triunghiul format de cele trei linii mijlocii.
- ▲ Aplicație: Mijloacele laturilor unui triunghi și piciorul unei înălțimi formează un trapez isoscel.
- ▲ Mediana corespunzătoare ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic are ca lungime jumătate din lungimea acesteia.
- ▲ Trapez isoscel.

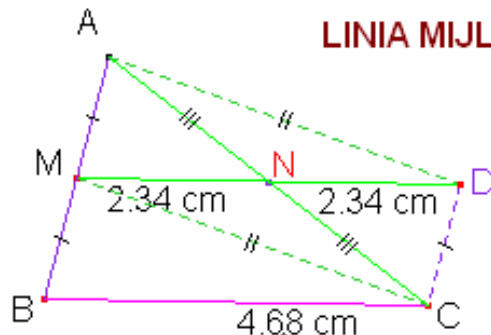
[SUS](#)



Activitățile experimentului

Activitățile de învățare proiectate pentru elevi sunt:

1. Elevii sunt așezați câte doi în fața calculatorului pe care au deschis appletul “**Linia mijlocie în triunghi**”;
2. Elevii citesc definiția liniei mijlocii și răspund oral la întrebările adresate de profesor : ce este mijlocul unui segment?; câte laturi are un triunghi?; câte linii mijlocii vor exista într-un triunghi?



LINIA MIJLOCIE ÎN TRIUNGHI

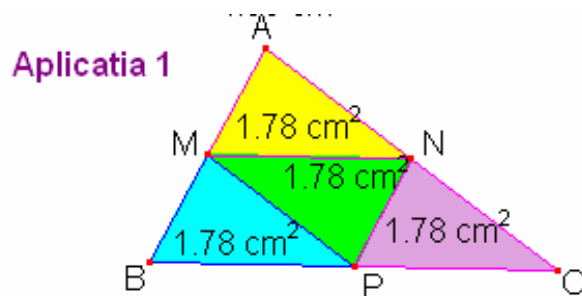
Segmentul care uneste mijloacele a doua laturi ale unui triunghi se numește linie mijlocie.

MN - linie mijlocie în triunghiul ABC

Teorema: *Linia mijlocie în triunghi este paralela cu latura a 3-a și are ca lungime jumătate din lungimea acesteia*

3. Elevii citesc teorema asupra liniei mijlocii și sunt invitați să verifice cu ajutorul figurii veridicitatea afirmațiilor din teoremă.
4. Elevii desenează pe caiete un triunghi și o linie mijlocie. Profesorul invită elevii să facă o demonstrație bazată pe raționament geometric a teoremei. Ca indicație pentru redactarea demonstrației se cere elevilor să studieze figura de pe ecran și să spună ce au observat (prelungirea segmentului MN cu un segment ND congruent cu MN).

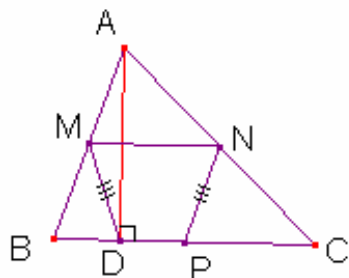
5. Ce observăm? Patrulaterul **AMCD** este un paralelogram deoarece diagonalele lui se înjumătățesc.
6. Ce proprietăți referitoare la laturi are paralelogramul? Laturile opuse sunt paralele și congruente. $DC \parallel AM$, deci **$DC \parallel AB$** și $DC = AM$, deci **$DC = MB$** . Ca urmare patrulaterul **MDCB este paralelogram.**
7. Concluzia: $MD \parallel BC$ și $MD = BC$ deci $MN \parallel BC$ și $MN = \frac{1}{2} MD = \frac{1}{2} BC$ și teorema este demonstrată.
8. Elevii scriu demonstrația în caiete după ce au realizat și figura (timp de muncă indep. 6 min.).
9. Un elev (care dorește) redactează demonstrația la tablă. Elevii îndreaptă greșelile sau completează demonstrația cu culoare roșie (în acest timp profesorul urmărește elevii și constată care este gradul de implicare în rezolvarea corectă a sarcinii).
10. Elevii pun punctul A în diferite poziții și spun ce observă. **De fiecare dată $MN \parallel BC$ și $MN = \frac{1}{2} BC$.**
11. Această proprietate a liniei mijlocii în triunghi se aplică în multe probleme de geometrie plană și în spațiu. Să studiem figura de la **aplicația 1** și să spunem ce observăm dacă mișcăm vârfurile triunghiului ABC. De fiecare dată M, N, P sunt mijloace de laturi și deci MN, NP, PM linii mijlocii. Triunghiul MNP se numește **triunghi median** pentru ABC. Cele patru triunghiuri formate sunt congruente și ca urmare au **aceeași arie**. Ce relație există între perimetrul triunghiului MNP și cel al triunghiului ABC?



M, N, P sunt mijloacele laturilor triunghiului ABC.
MNP se numește **triunghi median**.
Cele patru triunghiuri formate sunt congruente în cazul L.L.L
Ariile celor patru triunghiuri sunt egale

12. Studiem figura de la **aplicația 2** și citim cu atenție enunțul problemei. Elevii răspund la întrebările: ce se numește înălțime în triunghi?; dar mediană?; observăm în figură o mediană?; dacă da, în ce fel de triunghi?; aveți ceva de spus despre această mediană?; ce se numește trapez?; ce este trapezul isoscel?; considerați că putem aplica proprietatea liniei mijlocii pentru a demonstra că MNPD este trapez?

Aplicatia 2



Mijloacele laturilor unui triunghi si piciorul unei inaltimi formeaza un trapez isocel

Atentie! MD mediana in triunghi dreptunghic, $MD = \frac{1}{2} AB$
Ce se intampla cand triunghiul este isoscel ? Dar dreptunghic in B?.

13. Elevii argumentează fiecare pas și redactează rezolvarea problemei în caiete. Sunt invitați să schimbe poziția punctului A și să spună ce observă. Ce se întâmplă când punctele D și P coincid? Dar când unghiul ABC este drept? Elevii folosesc appletul și schimbă poziția lui A astfel ca D și P să coincidă și spun ce observă. Se procedează la fel cu punctele D și B. Dacă schimbăm pozițiile vârfurilor B sau C ce se întâmplă?

14. Dacă D coincide cu P atunci AD este și mediană și deci triunghiul ABC este isoscel iar trapezul se reduce la un triunghi isoscel, iar dacă unghiul ABC este drept punctul D este identic cu B și patrulaterul MNPB este un dreptunghi.

[sus](#)



Evaluare

Rubrică	Începător	Mediu	Expert
1. Implicarea în activități	Este atent numai la figurile de pe monitor.	Urmărește explicațiile profesorului și rezolvă sarcinile solicitând ajutor	Studiază cu atenție figurile, urmărește explicațiile, realizează desenele pe caiet și redactează corect demonstrațiile
2. Înțelegerea conceptului de linie mijlocie	Redă cu greutate definiția liniei mijlocii și identifică numărul liniilor mijlocii	Definește mijlocul unui segment și linia mijlocie; realizează desenul corect, dar cu greutate	Desenează cu rapiditate un triunghi, fixează mijloacele laturilor și pune în evidență cele trei linii mijlocii redând definiția cu ușurință
3. Cunoașterea definiției paralelogramului și a proprietăților lui	Desenează un paralelogram dar nu reușește să-l definească și nu poate să spună nici o proprietate	Definește corect paralelogramul și proprietatea laturilor opuse de a fi paralele și congruente. Redă și proprietatea referitoare la diagonale, dar nu recunoaște paralelogramele din figură	Se exprimă cu ușurință asupra condițiilor necesare și suficiente ca un patrulater să fie paralelogram și recunoaște paralelogramele din figură care ajută la redactarea demonstrației teoremei
4. Înțelegerea teoremei asupra liniei mijlocii	Enunță cu ajutorul textului de pe ecran teorema și desenează cu dificultate o linie mijlocie într-un triunghi. Nu participă la descoperirea pașilor din demonstrație. Verifică concluzia teoremei cu ajutorul appletului	Redă enunțul teoremei și răspunde la întrebările profesorului reușind cu ajutor să detașeze paralelogramele AMCD și ADCB. Cu ajutorul profesorului sau al unor colegi reușește să ajungă la concluzia teoremei. Verifică pe figură concluzia teoremei	Enunță cu cuvintele lui teorema și cu ajutorul appletului parcurge pașii din demonstrație fără întrebări suplimentare. Se exprimă cu ușurință explicând ce se întâmplă când se schimbă poziția vârfului A al triunghiului

<p>5. Gradul de implicare în activitatea independentă</p>	<p>Desenează figura și scrie ipoteza și concluzia.</p>	<p>Completează figura cu construcția ajutoare, scrie ipoteza și concluzia corect și redactează demonstrația având puține corectări cu roșu</p>	<p>Realizează o figură corectă și completă și redactează fără greșeli demonstrația. Se anunță să iasă la tablă pentru redactarea demonstrației</p>
<p>6. Înțelegerea conceptului de triunghi median</p>	<p>Definește triunghiul median. Observă egalitatea ariilor celor patru triunghiuri</p>	<p>Definește triunghiul median și-l identifică pe figura din aplicația 1; Observă că cele patru triunghiuri sunt congruente dar nu pot identifica cazul de congruență . Enunță proprietatea liniei mijlocii dar nu o poate aplica la calculul perimetrului triunghiului median</p>	<p>Înțelege pe deplin ce înseamnă triunghi median al unui triunghi dat ; aplică proprietatea liniei mijlocii și exprimă perimetrul acestuia ca fiind jumătate din perimetrul triunghiului mare.</p>
<p>7. Rezolvarea aplicației 2</p>	<p>Describe figura și identifică patrulaterul despre care trebuie să arătăm că este trapez isoscel. Definește trapezul. Schimbă pozițiile vârfurilor triunghiului dar nu înțelege ce se întâmplă</p>	<p>Identifică MN ca linie mijlocie și deduce $MN \parallel BC$; Definește un trapez isoscel. Identifică paralelogramul MNPB și deduce că $MP = MB$. Schimbă pozițiile vârfurilor triunghiului ABC și observă că trapezul dispare și se transformă în triunghi isoscel sau dreptunghi, dar nu poate explica ce se întâmplă cu triunghiul ABC.</p>	<p>Realizează o demonstrație completă a problemei dovedind o înțelegere flexibilă a noțiunilor de linie mijlocie, paralelogram și mediană în triunghi dreptunghic cu proprietatea ei. Ajunge la concluzia că dacă P este identic cu D triunghiul ABC este isoscel, iar trapezul degenerază în triunghi isoscel, iar când D și B sunt identice, trapezul degenerază în dreptunghi.</p>



Concluzii

♣ Linia mijlocie în triunghi este o noțiune cu ajutorul căreia se rezolvă multe probleme de paralelism atât în geometria plană cât și în geometria în spațiu. Cele două aplicații prezentate în lecție constituie un exemplu de utilizare a proprietăților liniei mijlocii în rezolvarea de probleme. Demonstrarea proprietăților liniei mijlocii în trapez utilizează acest concept.

♣ Lecția poate fi realizată în laboratorul de informatică, elevii stând câte doi la calculator și având posibilitatea mânăuirii figurilor din applet. Se poate folosi și videoproiectorul, elevii având astfel posibilitatea să urmărească acțiunea profesorului asupra figurilor geometrice. Consider că lecția realizată în maniera de mai sus este mai atractivă, iar aplicația VI contribuie la o mai bună înțelegere din partea elevilor a conceptelor geometrice incluse atât cele care țin de noile cunoștințe cât și cele care țin de cunoștințele anterioare.

Utilizarea aplicațiilor VI specifice în predarea științelor are efecte benefice sub două aspecte și anume:

1) Pregătirea lecției de către profesor

- ca realizator al aplicațiilor VI el este pus în situația de a gândi mult mai bine organizarea lecției și detalierea fiecărui pas al acesteia.
- explicațiile profesorului sunt însoțite de figuri care pot fi modificate și analizate în diferite ipostaze.

2) Receptarea cunoștințelor de către elevi

- observând o varietate de construcții geometrice cu aceleași proprietăți elevii pot realiza mai ușor operații de abstractizare relative la conceptele geometrice studiate.
-